

УДК 336.7

DOI: <https://doi.org/10.32782/2415-3583/33.13>

Тарнавський О.В.

аспірант

Національний університет «Києво-Могилянська академія»

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1130-4889>

ГІБРИДНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ ОПЦІОНІВ, ЩО ВБУДОВАНІ В ДЕРЖАВНІ ОБЛІГАЦІЇ З ІНДЕКСОВАНОЮ ВАРТІСТЮ

У роботі описано механізм виплати за опціонними, що вбудовані в облигації внутрішньої державної позики (ОВДП) з індексованою вартістю та характеристики, що ускладнюють оцінку цього фінансового інструмента. Представлено поточну практику оцінки вбудованого опціонна банками та банківським регулятором. Обґрунтовано потребу у розробці моделі, що враховуватиме специфіку виплати за вбудованим опціоном: усереднення ціни базового активу лише у останній місяць дії опціонна. Розроблено модель оцінки вбудованого опціонна, що є гібридом стандартної моделі біноміального дерева та моделі Халла-Уайта. Оцінено справедливу вартість вбудованих опціонів на основі гібридної моделі та проведено порівняльний аналіз з моделями, що широко використовуються на практиці. Проведено аналіз чутливості оцінок розробленої моделі до значення довільного параметра та визначено, що оцінки не залежать від нього значною мірою.

Ключові слова: фінансові інструменти, опціони, справедлива вартість, моделювання, банки.

Постановка проблеми. Платоспроможність банків є ключовим елементом стабільності фінансової системи України. ОВДП з індексованою вартістю становлять вагомий частину балансів державних банків України, а їхні переоцінки мають суттєвий вплив на платоспроможність установ. Складовою частиною цих паперів є вбудований валютний опціон, оцінка якого передбачає використання методів математичного моделювання. Нестандартність цього опціонна робить традиційні моделі незастосовними без використання додаткових припущень, які погіршують точність оцінок. У результаті вартість лівової частки активів банків є вкрай невизначеною, що ускладнює оцінку ризиків та платоспроможності установ.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження Ф. Блека та М. Шоулза стало визначальним у сфері оцінки опціонів та спровокувало як розвиток ринку опціонів в США, так і подальші дослідження у цьому напрямі [1]. Наприклад, М. Гарман та С. Колхаген розширили класичну формулу Блека-Шоулза, що дало змогу застосувати її для оцінки валютних опціонів, де процентні ставки у двох валютах мають вагомий вплив на вартість опціонна [2]. Цей підхід використовують практики Національного банку для оцінки опціонів, що вбудовані у ОВДП з індексованою вартістю [3]. О. Тарнавський же детально проаналізував ризики утримання ОВДП з вбудованим валютним опціоном та розрахував вплив ризик-факторів їхню вартість у 2022 р. [4]. Проте класичні моделі оцінки не повністю враховують нестандартний розрахунок виплати за вбудованим опціоном, отже існує потреба у розробці нової моделі для цілей оцінки вбудованого опціонна.

Ця стаття має на меті представити результати розробки нової моделі оцінки справедливої вартості вбудованих опціонів, що є гібридом класичної біноміальної моделі та моделі Халла-Уайта для оцінки «зайських» опціонів. Завданнями дослідження є:

1. Запропонувати гібридну модель оцінки вбудованих опціонів.

2. Оцінити за допомогою гібридної моделі справедливу вартість вбудованих опціонів.

3. Порівняти отримані оцінки з оцінками за допомогою моделей, що широко використовуються на практиці.

Виклад основного матеріалу дослідження. Облигації внутрішньої державної позики (ОВДП) є одним з основних видів активів, що утримують українські банки. Серед усіх ОВДП, випущених Міністерством фінансів України, виділяються ОВДП з індексованою вартістю, виплата за якими залежить від зміни курсу USD/UAH між датою випуску та датою погашення цих інструментів. Частка опціонів, вбудованих в ОВДП з індексованою вартістю, у валових активах державних банків України є ваговою. Наприклад, для Приватбанку вона становить 11 % [5] та 17 % для Укресімбанку [6] за даними звітів за 2022 рік. Таким чином, різкі коливання вартості цих інструментів можуть становити загрозу для достатності капіталу та платоспроможності фінансових установ. З іншого боку, вбудовані опціони є доволі складними до оцінки, адже поєднують у собі одночасно характеристики декількох типів опціонів. Вбудований опціон складає більше 40 % вартості загального портфеля індексованих ОВДП банків [4]. Тому оцінка та управління ризиками цих інструментів потребує особливої уваги.

Отже, спершу необхідно дослідити у чому полягає нетиповість вбудованих опціонів. Умови випуску [7] визначають, суму погашення індексованих ОВДП як:

$$СП = \max \left(\text{Ном}, \text{Ном} * \frac{СКМР_1}{СКМР_0} \right) \quad (1)$$

де СП – сума погашення облигації з індексованою вартістю; Ном – номінальна вартість облигації з індексованою вартістю; СКМР₁ – офіційний курс гривні до долара США в середньому за календарний місяць, що передує місяцю погашення облигації; СКМР₀ – середньозважений курс гривні до долара на міжбанківському ринку за календарний місяць, що передує місяцю розміщення облигації.

Перемістивши елементи, формулу (1) можна представити у вигляді, з якого стає видно наявність вбудованого опціону:

$$СП = \text{Ном} + \frac{\text{Ном}}{\text{СКМР}_0} * \max(0, \text{СКМР}_1 - \text{СКМР}_0)$$

Лівий доданок є виплатою за звичайною неіндексованою облігацією, що номінована у гривні. Правий же доданок є виплатою за валютним опціоном «колл», до розрахунку якої враховується не значення курсу у останній день дії опціону (як для звичайного опціону «колл»), а його усереднене значення за останній місяць дії опціону. Тобто вбудований опціон має характеристику «азійського» опціону (а саме усереднення), яка виникає лише у останній місяць дії вбудованого опціону. Отже, він не є стандартним опціоном, але і «азійським» опціоном він може вважатись лише у останній місяць дії.

Описана специфіка зумовлює складність оцінки вбудованого опціону, адже класичні моделі розроблені або для оцінки стандартних опціонів, або для оцінки «азійських» опціонів. Альтернативою є метод симуляцій Монте Карло, але його відомим мінусом є наявність статистичної похибки в оцінці. Тобто, виникає необхідність розробки аналітичної моделі, що точно визначає вартість вбудованого опціону, враховуючи особливу формулу виплати за ним. Далі у роботі оцінки моделі на основі методу Монте Карло є бенчмарком для порівняння аналітичних моделей.

Поточна банківська практика оцінки вбудованого опціону базується на використанні модифікації Гармана-Колхагена моделі Блека-Шоулза [2]. Національний банк України описує цей підхід у своїх нормативних документах [3]. Банки, що утримують на балансах ОВДП з індексованою вартістю, також зазначають його у примітках до фінансової звітності [5]. Для врахування специфіки виплати за опціоном практики неявно роблять додаткове припущення, що базовим активом опціону є не валютна пара USD/UAH, а середнє значення курсу USD/UAH за місяць. Тому одним із завдань дослідження є порівняти результати гібридної моделі з результатами моделі, що використовується експертами НБУ.

Отже, доречно побудувати гібридну модель, яка враховуватиме усереднення курсу USD/UAH лише у останній місяць перед погашенням опціону та не потребуватиме додаткових припущень. Для побудови цієї моделі варто розділити майбутню динаміку базового активу на дві частини:

1. *Період, у якому не відбувається усереднення.* У цьому періоді будуть майбутні значення курсу USD/UAH, які не враховуються у формулі розрахунку виплати опціону. Проте, цей період є визначальним для ціни базового активу, з якої починається усереднення.

2. *Останній місяць дії опціону.* У цей період відбувається усереднення, а в кінці – виконання опціону. У цей час опціон стає «азійським» (опціоном, у виплаті якого враховується середнє арифметичне значення ціни базового активу).

У перший період динаміку базового активу можна описати за допомогою стандартного біноміального дерева, а другий – за допомогою моделі Халла-Уайта. Далі, поєднавши ці два підходи можна визначити спра-

ведливу вартість опціону, що вбудований у ОВДП з індексованою вартістю. Схематично таку двоетапну біноміальну модель зображено для вбудованого опціону, що має термін до виконання 3 місяці, на рис.1.

Принципова відмінність між періодом без усереднення та періодом з усереднення полягає у тому, що другий період зумовлює залежність кінцевої виплати від шляху, яким рухалась ціна базового активу (path dependence). Тобто, у першому періоді не є важливим яким шляхом ціна базового активу рухатиметься до фінального значення, важливе лише фінальне значення. У другому періоді шлях, яким ціна базового активу дійшла до фінального значення впливатиме на середнє арифметичне значення, а отже і на виплату за опціоном.

Рух вгору можна умовно позначити літерою *u*, а рух вниз – літерою *d*. Шлях *uuuuuuud* та шлях *duuuuuuu* у першому періоді на рис.1 призведе до однакового результату. У другому періоді ж шляхи *uuud* та *duuu* матимуть різний результат (виплату за опціоном), оскільки призводитимуть до різних середніх арифметичних значень. Використання звичайного біноміального дерева у таких умовах призводитиме до експоненційного росту кількості розрахунків. Саме тому стандартна модель біноміального дерева не може бути застосована для оцінки опціонів, що вбудовані в ОВДП з індексованою вартістю.

Відповідно до двох різних етапів, моделювання варто поділити на такі кроки:

1. Побудова стандартного біноміального дерева для періоду без усереднення. У кінцевих гілках цього дерева перебуватиме набір цін базового активу (курс USD/UAH), які одночасно є початковими цінами другого періоду.

2. Кожну початкову ціну другого періоду, визначену у кроці 1 необхідно використати у моделі Халла-Уайта для оцінки «азійських» опціонів. Таким чином вартість базового активу у кінцевих гілках біноміального дерева конвертується у вартість опціону.

3. Використання ризик-нейтралізованих ймовірностей та дисконтування для визначення вартості опціону на дату оцінки.

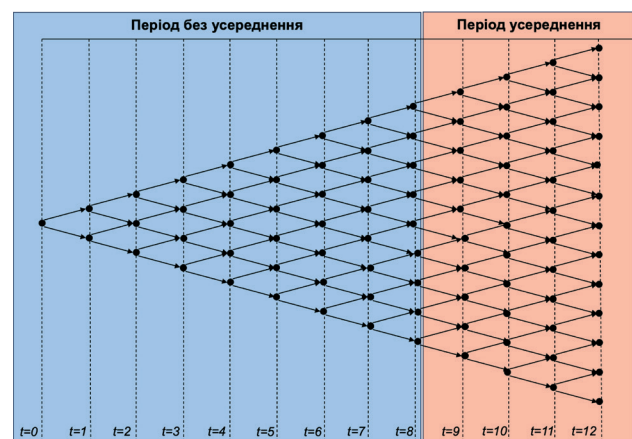


Рисунок 1 – Схема біноміального дерева гібридної моделі для тримісячного опціону з часовим кроком один тиждень.

Джерело: побудовано автором

Стандартна біноміальна модель описана у роботі Кокса, Росса та Рубінштайна [8] давно є стандартною практикою оцінки опціонів. Доповнення ж Халла та Уайта, яке використано у кроці 2, варто розглянути детальніше для коректної оцінки вбудованих опціонів.

Модель Халла-Уайта є однією з перших, що дає змогу зручно оцінювати «азійські» опціони [9]. Щоб суттєво зменшити кількість обчислень (у порівнянні з застосуванням звичайного біноміального дерева для оцінки «азійських» опціонів) Халл та Уайт пропонують розраховувати «індикативні» середні значення для ціни базового активу. А «реальні» вартості опціонна у кожній гілці біноміального дерева інтерполювати з огляду на вартості опціонна, визначені з індикативних середніх значень. Для розрахунку індикативних значень Халл та Уайт у своїй роботі пропонують використати експоненційну формулу:

$$F = S_0 e^{mh}$$

де F – індикативне середнє значення; S_0 – ціна базового активу у $t = 0$; h – константа, параметр моделі Халла-Уайта; m – додатне або від'ємне ціле число.

Параметри h та m обираються таким чином, щоб найбільше та найменше реальні середні значення входили у проміжок між найбільшим та найменшим значенням F . Наприклад, $S_0 = 100$, $t = 1$, S_1 може бути значень 105 при русі вверх ($u = 1.05$) або 95.2 при русі вниз ($d = 0.952$). Таким чином, найбільше реальне середнє значення буде $(100 + 105)/2 = 102.5$, найменше реальне середнє значення буде $(100 + 95.2)/2 = 97.6$. При $h = 0.03$, $m = 1$ та -1 матимемо значення $F = 103$ та 97 . Значення найбільшого та найменшого реального середнього значення входять у проміжок [97, 103], отже обрані параметри є коректними для застосування. Параметр h залишається сталим для усіх кроків біноміального дерева, а параметр m може змінюватись, підлаштовуючись під реальні середні значення у наступних гілках біноміального дерева.

У наступному кроці розрахунків «реальні» середні значення будуть обраховані з огляду на набір індикативних середніх значень. У кроці 2 набір індикативних середніх значень буде: 97, 100, 103. Найбільше реальне середнє значення розраховано як $(103 * 2 +$

$+ 110)/3 = 105.3$, а найменше як $(97 * 2 + 90.7)/3 = 94.9$. Застосувавши $m = 2$ та -2 матимемо нові індикативні значення середнього: 106.18 та 94.18. Реальні середні значення входять у проміжок між індикативними, тож параметр m обрано правильно. І новий набір індикативних середніх буде: 94.18, 97, 100, 103, 106.18. У разі, якщо б реальні значення виходили за проміжок [106.18, 94.18], необхідно було б змінити параметр m до такого, при якому ця умова виконувалася б. Такий алгоритм необхідно виконати до кінця біноміального дерева.

У останній гілці біноміального дерева буде сформовано набір індикативних значень середнього арифметичного, на основі якого можна визначити виплату опціонна у момент виконання. Для визначення реальної вартості опціонна у кожній гілці застосовується інтерполяція між індикативними вартостями опціонна. Продовжуючи приклад, можна припустити, що для $F = 103$ вартість опціонна дорівнюватиме 3, а для $F = 97$ вартість опціонна дорівнюватиме 0. При реальному середньому значенні 100 та коефіцієнті дисконтування 0.98, справедлива вартість опціонна дорівнюватиме 1.47.

У контексті оцінки вбудованого опціонна підхід Халла-Уайта використано у той період біноміального дерева, де опціон є чистим «азійським» опціоном, базовим активом якого є середнє арифметичне значення ціни. Тобто, для кожної ціни на початок усереднення визначено вартість «азійського» опціонна методом Халла-Уайта. Для прикладу з рис. 1 це дев'ять значень вартості опціонна у момент $t = 8$. Далі, маючи ці значення, можна скористатись звичайною біноміальною моделлю: за допомогою ризик-нейтральних ймовірностей та дисконтування визначити поточну вартість вбудованого опціонна.

З метою виокремлення переваг гібридної моделі доречно порівняти результати трьох підходів: моделі Гармана-Колхагена, що застосовується НБУ з додатковими припущеннями; методу Монте Карло, що враховує усереднення у останній місяць; описаної гібридної моделі. Для цього було обрано 3 вбудованих опціони з різними строками до виконання та цінами виконання. Вхідні дані оцінки опціонів наведено у таблиці 1.

Для оцінок за гібридною моделлю використано параметр h моделі Халла-Уайта на рівні 0.01. Результати оцінок за різними моделями наведено у табл. 2.

Таблиця 1 – Вхідні дані для оцінки вбудованих опціонів

ОВДП	UA4000188221	UA4000196752	UA4000196455
Дата оцінки	01.01.2024	01.01.2024	01.01.2024
Курс USD/UAH	38.00	38.00	38.00
Страйк опціонна	14.75	27.22	25.71
Строк до погашення, рік	0.75	3.00	7.16
Безризикова ставка у UAH	15.77 %	17.80 %	13.86 %
Безризикова ставка у USD	4.99 %	3.98 %	3.80 %

Джерело: [10; 11]

Таблиця 2 – Порівняння результатів оцінки гібридної моделі з результатами інших моделей оцінки вбудованих опціонів

ОВДП	Строк до виконання, р.	Курс виконання	Модель НБУ	Монте Карло	Стандартна похибка Монте Карло	Гібридна модель
UA4000188221	0.75	14.75	23.50	23.28	0.017	23.33
UA4000196752	3.00	27.22	17.78	17.50	0.034	17.59
UA4000196455	7.16	25.71	19.43	19.31	0.046	19.32

Джерело: [10], розрахунки автора

Таблиця 3 – Аналіз чутливості оцінок гібридної моделі до параметра h

h	ISIN	UA4000188221	UA4000196752	UA4000196455
0.005		23.3340	17.5937	19.3207
0.01		23.3340	17.5937	19.3207
0.015		23.3340	17.5937	19.3208
0.02		23.3340	17.5938	19.3208
0.025		23.3340	17.5938	19.3208
0.03		23.3340	17.5939	19.3209
0.035		23.3340	17.5940	19.3209
0.04		23.3340	17.5941	19.3210
0.045		23.3340	17.5941	19.3210
Верхня межа*		23.3013	17.6803	19.4404
Нижня межа*		23.2128	17.5071	19.2011

* Межі довірчого 99 % довірчого інтервалу оцінок методом Монте Карло

Джерело: розрахунки автора

З таблиці видно, що модель НБУ дає найвищі оцінки, проте вартість жодного опціону не входить у межі 99 % довірчого інтервалу Методу Монте Карло. Гібридна ж модель дає оцінки ближчі до методу Монте Карло. Але перевагою гібридної моделі над методом Монте Карло є наявність точної оцінки без статистичної похибки.

Результати частини моделі, де використано підхід Халла-Уайта, залежить від значення параметра h , що використовується у розрахунку індикативних середніх значень (3). Тож необхідно протестувати чутливість гібридної моделі до значень цього параметра. Для цього було обрано діапазон значень параметра h від 0.005 до 0.045 та розраховано вартості вбудованих опціонів за умови застосування цих значень. Результати аналізу чутливості наведено у табл. 3.

Аналіз чутливості засвідчує, що оцінки гібридної моделі є слабо чутливими до значення параметра h . При цьому чим більше опціон «в грошах», тим менш чутливим він є до зміни параметра h . Отже, в контексті оцінки вбудованих опціонів ризик використання неадекватного значення параметра у моделі не є значним.

Висновки. Складність оцінки опціонів, що вбудовані в ОВДП з індексованою вартістю, зумовлена нестандартністю розрахунку виплат за ними. А саме тим, що вони стають повністю «азійськими» лише у останній місяць до виконання. Моделі, що наразі широко використовуються, не повністю враховують цю специфіку.

У статті представлено результати розробки нової моделі оцінки справедливої вартості вбудованих опціонів, що є гібридом класичної біноміальної моделі та моделі Халла-Уайта для оцінки «азійських» опціонів. Її перевагою є менша кількість припущень, необхідних для оцінки вбудованих опціонів, порівняно з підходом на основі моделі Гармана-Колхагена. Здійснено порівняння результатів гібридної моделі з результатами моделі, що наразі має широкий практичний застосунок, для трьох вбудованих опціонів. Результати гібридної моделі є ближчими до результатів моделі на основі методу Монте Карло, ніж результати моделі, що використовується експертами НБУ. Для двох з трьох опціонів оцінки гібридної моделі входять в 99 % довірчий інтервал методу Монте Карло. Жодна з оцінок моделі Гармана-Колхагена, не увійшла у такий довірчий інтервал. Застосування гібридної моделі приводить до меншої вартості вбудованих опціонів, порівняно з моделлю Гармана-Колхагена.

Здійснено тестування чутливості гібридної моделі до змін довільного параметра h . Це дало можливість визначити, що у контексті оцінки вбудованих опціонів, модель не є чутливою до зміни цього параметра. Отже, ризик застосування неправильного значення параметра є мінімальним.

Результати дослідження мають практичне значення для: оцінки справедливої вартості ОВДП банками; аналізу та управління ризиками, що притаманні ОВДП з індексованою вартістю; оцінки справедливої вартості ОВДП, що приймаються як застава за кредитами рефінансування НБУ.

Список використаних джерел:

- Black F., Scholes M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*. 1973. Vol. 81. No. 3. P. 637–654. DOI: <https://doi.org/10.1086/260062> (дата звернення: 02.09.2024).
- Garman M.B., Kohlhagen S.W. Foreign currency option values. *Journal of International Money and Finance*. 1983. Vol. 2. No. 3. P. 231–237. DOI: [https://doi.org/10.1016/s0261-5606\(83\)80001-1](https://doi.org/10.1016/s0261-5606(83)80001-1) (дата звернення: 16.09.2024).
- Про схвалення деяких розпорядчих актів Національного банку України: Постанова Національного банку України від 26.10.2015 р. № 732: станом на 29 груд. 2021 р. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/v0732500-15#Text>
- Тарнавський О. Державні боргові інструменти з вбудованими деривативами в Україні: аналіз ризиків. *Бізнес-навігатор*. 2024. Вип. 1 (74) 2024. С. 150–155. DOI: <https://doi.org/10.32782/business-navigator.74-25>
- Фінансова звітність АТКБ «Приватбанк» за 2022 р. Офіційний веб-сайт АТКБ «Приватбанк». URL: https://static.privatbank.ua/files/dod1_01052023_2022.pdf (дата звернення: 02.09.2024).
- Фінансова звітність АТ «Державний експортно-імпортерний банк України» за 2022 р. Офіційний веб-сайт АТ «Державний експортно-імпортерний банк України». URL: <https://www.eximb.com/assets/files/download/a1-1-2-stand-alone-fs-exim-2022-encrypt.pdf> (дата звернення: 02.09.2024).

7. Про випуски облігацій внутрішніх державних позик: Постанова Кабінету Міністрів України від 31.01.2001 р. № 80: станом на 14 квіт. 2022 р. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/80-2001-п#Text> (дата звернення: 29.09.2024).
8. Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M. Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*. 1979. Vol. 7. No. 3. P. 229–263. DOI: [https://doi.org/10.1016/0304-405x\(79\)90015-1](https://doi.org/10.1016/0304-405x(79)90015-1) (дата звернення: 09.09.2024).
9. Hull J.C., White A.D. Efficient Procedures for Valuing European and American Path-Dependent Options. *The Journal of Derivatives*. 1993. Vol. 1. No. 1. P. 21–31. DOI: <https://doi.org/10.3905/jod.1993.407869> (дата звернення: 09.09.2024).
10. Крива безкупонної доходності, побудована за гривневими ОВДП (модель Свенссона). Національний банк України. URL: <https://bank.gov.ua/ua/markets/ovdp/fair-value> (дата звернення: 01.04.2024).
11. Казначейство США. Статистика процентних ставок за казначейськими облігаціями США. URL: <https://home.treasury.gov/policy-issues/financing-the-government/interest-rate-statistics> (дата звернення: 01.04.2024).

References:

- Black, F. and Scholes, M. (1973) The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, no. 8, pp. 637–654. DOI: <http://dx.doi.org/10.1086/260062>
- Garman M. B., & Kohlhagen S. W. (1983) Foreign currency option values. *Journal of International Money and Finance*, no. 2(3), pp. 231–237. DOI: [https://doi.org/10.1016/s0261-5606\(83\)80001-1](https://doi.org/10.1016/s0261-5606(83)80001-1)
- National Bank of Ukraine (January 1, 2024) Pro skhvalennia deiakykh rozporiadchkykh aktiv Natsionalnoho banku Ukrainy. Available at: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/v0732500-15#Text>
- Tarnavskiy O. (2024) Government debt instruments with embedded derivatives in Ukraine: Risks analysis. *Business Navigator*, is. (1(74)). DOI: <https://doi.org/10.32782/business-navigator.74-25>
- Financial statements of Privatbank for year 2022. (2023). Official web-site of Privatbank. Available at: https://static.privatbank.ua/files/dod1_01052023_2022.pdf
- Financial statements of Ukreximbank for year 2022. (2023). Official web-site of Ukreximbank. Available at: <https://www.eximb.com/assets/files/download/a1-1-2-stand-alone-fs-exim-2022-encrypt.pdf>
- Kabinet Ministriv Ukrainy. (April 14, 2022). Pro vypusky oblihaty vnutrishnykh derzhavnykh pozkyk. Available at: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/80-2001-п#Text> (accessed September 29, 2024).
- Cox J. C., Ross S. A., & Rubinstein M. (1979) Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, no. 7(3), pp. 229–263. DOI: [https://doi.org/10.1016/0304-405x\(79\)90015-1](https://doi.org/10.1016/0304-405x(79)90015-1)
- Hull J. C., & White A. D. (1993) Efficient procedures for valuing european and American path-dependent options. *The Journal of Derivatives*, no. 1(1), pp. 21–31. DOI: <https://doi.org/10.3905/jod.1993.407869>
- Zero coupon yield curve for UAH DG bonds (Svensson model). (2024). National bank of Ukraine. Available at: <https://bank.gov.ua/ua/markets/ovdp/fair-value>
- Interest rate statistics. (2024). U.S. Department of the Treasury. Available at: <https://home.treasury.gov/policy-issues/financing-the-government/interest-rate-statistics>

Tarnavskiy Oleksandr

National University of Kyiv-Mohyla Academy

HYBRID MODEL FOR VALUATION OF OPTIONS EMBEDDED IN INDEXED GOVERNMENT BONDS

The article describes the payoff calculation for options embedded in Ukrainian government bonds indexed to USD/UAH rate. It also outlines characteristics of embedded options that make their valuation a complicated task. Namely, that USD/UAH averaging takes place only in the last month of option's life. Common market and regulatory practice for valuation of embedded options in Ukraine, which implies additional assumptions to standard Garman-Kohlhagen model, is presented. The need for development of new model is justified. The new model should specifically take into account the non-standard payoff of embedded option, which uses arithmetic averaging only in the last month of option's life. Key features of Hull-White approach for valuation of Asian options are described, including the formula for calculating indicative average prices. Article proceeds to separate embedded option's life into two key parts. The first part includes time, from where USD/UAH rate is not included in option's payoff formula (period without averaging). The second part includes time from where embedded option becomes a pure Asian option, as all USD/UAH rates from this period are included in option's payoff formula (period with averaging). The latter part causes the path-dependence of embedded option's value. The new model for valuation of embedded option is developed. The new model is a hybrid of standard binomial tree model and Hull-White model, where the former is used in the first period of option's life (period without averaging), and the latter is used in the second period where averaging takes place. Three sample options with different maturities, issue dates and other inputs are valued using the hybrid model. Valuation results are compared to the model used by banks' regulator and Monte Carlo benchmark. It is concluded that hybrid model's valuations are considerably closer to Monte Carlo benchmark results than its counterpart's. Hybrid model is tested for its sensitivity to arbitrary parameter h . It is discovered that the model has a low sensitivity to parameter h . Thus, model risk related to arbitrary parameter is not material.

Keywords: financial instruments, options, fair value, modelling, banks.

JEL classification: G12, G21