

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 330.46:658.51

DOI: <https://doi.org/10.37320/2415-3583/20.9>**Кабаченко Д.В.**

кандидат економічних наук, доцент,

*Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»*ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6126-4809>**Андрєєва С.В.**

магістрант

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

ВИКОРИСТАННЯ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ ВИРОБНИЦТВА

У статті наведено класифікацію економіко-математичних моделей, проаналізовано їх характеристики. Визначено суть математичного моделювання та характерні риси процесу, що моделюється. Розглянуто питання використання економіко-математичного моделювання в бізнесі. Сформульовано загальне поняття виробничої функції та завдання економіко-статистичного аналізу і моделювання виробничих процесів. Проаналізовано підходи до створення різних методів визначення показників виробництва. Дано опис виробничого процесу підприємства, створено його економіко-математичну модель. Розглянуто переваги використання економіко-математичних моделей для оптимізації роботи підприємства. Запропоновано економіко-математичну модель оптимізації виробничих ресурсів з урахуванням лімітів витрат на ресурси за варіантами організації управління.

Ключові слова: економіко-математична модель, виробництво, аналіз, моделювання, оптимізація.

Постановка проблеми. Для прийняття виважених управлінських рішень потрібно науково обґрунтоване бачення існуючої ситуації та перспектив розвитку бізнесу. Це досягається за допомогою використання математичних моделей, які пов'язують між собою основні параметри, що характеризують об'єкти господарювання та економічні процеси, які в них відбуваються.

Моделювання є одним із найважливіших методів досліджень сучасної економічної науки, що використовуються для вирішення тих чи інших економічних і соціальних завдань. В умовах зростаючої складності та інтенсифікації виробничих та управлінських процесів економіко-математичне моделювання є ефективним інструментом вироблення управлінських рішень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Значним є внесок у розвиток теорії та практичного застосування методів математичного моделювання для прийняття управлінських рішень таких українських та зарубіжних учених, як: Л.А. Білий [1], В.М. Вовк [2], А. Войц [3], Г.Я. Дутка [2], О.О. Замков [5], Г.А. Король [6], І.А. Ларіна [7], О.В. Лотоцький [8], А.В. Толстопятенко [5], Р.О. Циганчук [9], О.В. Чернецька [10], О.М. Швець [11] та ін. Разом із тим ще залишилося багато питань щодо застосування методів математичного моделювання, зокрема врахування лімітів витрат на ресурси за варіантами технологій, організації виробництва та організації управління.

Мета статті полягає в обґрунтуванні застосування інструментарію економіко-матема-

тичного моделювання в умовах зростаючої складності та інтенсифікації виробничих й управлінських процесів для вироблення ефективних управлінських рішень щодо оптимізації процесу виробництва.

Виклад основного матеріалу. Основними функціями управління виробничо-господарською діяльністю підприємства є планування, організація, керівництво, облік, контроль та координація. Серед них центральним є планування, яке визначальне й проведене в процесі управління, у якому визначаються перспективи розвитку, поточні завдання та ефективно використання виробничих ресурсів [5; 8].

Математичне моделювання як універсальний інструмент аналізу враховує особливості виробничих та фінансово-господарських процесів. Воно як засіб пізнання знаходиться між логічним мисленням та реальним економічним об'єктом чи процесом і пов'язує мислення та реальну дійсність [1].

Залежно від опису математичних моделей можна навести таку їх класифікацію [5]:

– теоретичні математичні моделі аналітичного типу: лінійні, нелінійні, у вигляді звичайних диференціальних рівнянь, у вигляді рівнянь у приватних похідних, стохастичні моделі;

– емпіричні математичні моделі.

Найбільш простими є лінійні детерміновані моделі. Вони задаються у вигляді лінійної форми керуючих змінних. До лінійних іноді зводяться найпростіші моделі вартості, що розглядаються як сукупність вироблених витрат. Прикладом такої моделі є класична модель вартості перевезень (транспортна задача).

Нелінійні детерміновані моделі мають більше точності і гнучкості. Вони можуть бути задані у вигляді нелінійної функції однієї або кількох змінних або у вигляді диференціальних рівнянь (звичайних або в приватних похідних). Найбільш поширеними серед нелінійних моделей під час опису диференціальних рівнянь є [5]: поліноміальні функції, позіномні функції, тригонометричні функції, експоненціальні функції, звичайні диференціальні рівняння, диференціальні рівняння в приватних похідних та інші моделі.

Перехід до емпіричних моделей передбачає явну відмову від аналітичних методів дослідження, тому емпіричні моделі різноманітніші і включають у себе різні за формою математичні залежності.

Під час розроблення емпіричної математичної моделі передбачається використання експериментальних даних, отриманих у процесі випробування об'єктів. Результати таких випробувань завжди є наборами величин, що характеризують роботу об'єкта або системи за різних поєднань керуючих параметрів [2].

Використання економіко-математичних методів у бізнесі сприяє вирішенню низки практичних завдань.

По-перше, це впорядкування системи економічної інформації, вироблення вимог для її підготовки та коригування з метою вирішення певної системи завдань планування й управління.

По-друге, цей інструмент забезпечує інтенсифікацію і підвищення точності економічних розрахунків, дає змогу багаторазово прискорити і скоротити трудомісткість типових, масових розрахунків, проводити різноманітні економічні обґрунтування складних проєктів.

По-третє, з'являється можливість проведення поглибленого кількісного аналізу економічних проблем, вивчення багатьох чинників, що впливають на економічні процеси, оцінки наслідків зміни умов розвитку економічних об'єктів.

По-четверте, застосування методів економіко-математичного моделювання дає змогу вирішувати принципово нові економічні завдання, які іншими засобами вирішити практично неможливо.

Як відомо, суть математичного моделювання являє собою заміну реального об'єкта певною математичною конструкцією (математичною моделлю), яка в тому чи іншому сенсі відображає характерні риси процесу, який моделюється. При цьому між деякими характеристиками моделі і властивостями процесу встановлюється двосторонній зв'язок, завдяки якому, з одного боку, можна використовувати дані про особливості процесу для побудови та уточнення його моделі, з іншого – інтерпретувати результати його

дослідження в термінах, які безпосередньо характеризують властивості процесу [5].

Розроблені грамотно і на професійному рівні економіко-математичні моделі дають змогу:

– вирішувати завдання оптимізації планування та управління, відображаючи специфіку виробничих процесів;

– своєчасно реагувати на зміни цілей, обмежень на ресурси, залежностей між параметрами та адекватно коректувати плани й управлінські рішення;

– для забезпечення потрібної точності та своєчасності необхідних розрахунків використовувати прогресивні комп'ютерні технології [2].

Для комплексного аналізу економічної ситуації і вибору найкращого рішення важливі як абсолютні, так і відносні показники. Для моделювання економічних процесів неперервних і дискретних у часі є корисним співвідношенням між сумарними, середніми і граничними величинами, що наведено для функції однієї змінної в роботах [1; 10].

Р.О. Циганчук [9] показує можливість і доцільність таких перетворень для багатресурсного виробництва. Для доступності і простоти викладу обмежилися функцією двох змінних, яку представили виразом:

$$y = f(x_1, x_2). \quad (1)$$

Відносні показники для кожного ресурсу виробничої функції будуть такі:

$$\mu_1 = y/x_1, \quad \mu_2 = y/x_2. \quad (2)$$

Для кожного з аргументів функція була представлена добутками:

$$y = \mu_1 x_1, \quad y = \mu_2 x_2. \quad (3)$$

Гранична ефективність визначалась похідними функціями (1) щодо кожного аргументу:

$$v_1 = \partial y / \partial x_1; \quad v_2 = \partial y / \partial x_2. \quad (4)$$

Величини в результаті диференціювання виразів (3):

$$v_1 = (\partial \mu_1 / \partial x_1) x_1 + \mu_1; \quad v_2 = (\partial \mu_2 / \partial x_2) x_2 + \mu_2. \quad (5)$$

Зручність та ефективність представлення граничних величин у виразах (5) порівняно з виразами (4) стають очевидними в разі дискретного представлення функції відносно своїх аргументів або ж за наявності проблеми її неперервності та існування похідних.

В економічному аналізі процесу виробництва використовуються такі показники: часткові еластичності за факторами виробництва та еластичність виробництва. Перші з них стосовно функції (1) є такими:

$$E_{x_1} = x_1 \partial y / y \partial x_1; \quad E_{x_2} = x_2 \partial y / y \partial x_2, \quad (6)$$

які з урахуванням (2) і (5) видозміняться

$$E_{x_1} = (x_1 \partial \mu_1 / \mu_1 \partial x_1) + 1; \\ E_{x_2} = (x_2 \partial \mu_2 / \mu_2 \partial x_2) + 1. \quad (7)$$

Еластичність виробництва складається із суми часткових еластичностей, тобто:

$$E(x) = E_{x_1}(y) + E_{x_2}(y). \quad (8)$$

За допомогою наведених вище функцій можна отримати вирази часткових і повних еластичностей виробництва, які дають змогу знаходити їх через середні значення виробничої функції.

Збільшити прибуток підприємство може двома шляхами. Перший шлях – підвищити ціни на свою продукцію, але така політика зумовлена багатьма чинниками, що не залежать від діяльності підприємства. Другий напрям є більш перспективним – зниження поточних витрат. Управління витратами з метою їх зниження та оптимізації є одним із важливих завдань керівництва діяльністю підприємства та мобілізації і використання внутрішніх резервів [3].

Управління витратами з метою підвищення ефективності їх формування потребує використання економіко-математичного моделювання господарських процесів, що дає змогу отримати кількісну та якісну оцінку поведінки витрат [6]. Економіко-математична модель є дієвим засобом пошуку шляхів підвищення ефективності економіки підприємств через оптимізацію процесів управління [10].

Управління використанням виробничих ресурсів являє собою підсистему загальної системи моделювання управління виробничими процесами, які, своєю чергою, являють собою найбільш економічний процес перетворення ресурсів на продукцію, загальний принцип моделювання якого базується, як зазначає низка авторів, на поданні цього процесу як векторної функції [1; 11]:

$$y = f(x), \quad (9)$$

яка називається виробничою функцією, де $x = \{x_{ij}\}$ – вектор затрат ресурсів, $y = \{y_j\}$ – вектор обсягів виробництва.

Сукупність технологічних умов (технологій) виробництва формально описується як множина Z пар векторів (x, y) .

Оскільки засоби виробництва, що відтворюються, одночасно виступають як продукти і ресурси, то всі види ресурсів можна розбити на дві підмножини: X_1 – ті, що відтворюються і x_2 – ті, що не відтворюються, обсяги яких у кожен заданий момент часу обмежені $x_2 \leq R$.

Загальна модель виробничого планування наводиться в літературі у вигляді задачі векторної оптимізації:

$$y \rightarrow \max \quad (10)$$

за умов:

$$(x, y) \in Z \quad (11)$$

$$x_2 \leq R, \quad (12)$$

де умова (11) описує обмеження множини ефективних технологій; умова (12) – обмеження на обсяги ресурсів, що не відтворюються.

У роботі [11] пропонується економіко-математична модель оптимізації використання виробничих ресурсів з урахуванням лімітів затрат на ресурси за варіантами технологій, організації виробництва та організації управління:

$$\sum_{j,k} X_{jk}^x P_{jk} \rightarrow \max; \quad (13)$$

$$\sum_{j,k} A_{jk} * X_{jk} \leq A_i, \quad i = \overline{1, I}; \quad (14)$$

$$\sum_j Z_{jk} * X_{jk} \leq Z_k, \quad k = \overline{1, K}; \quad (15)$$

$$\sum_{j,k} M_{jn} * X_{jk} \leq M_n, \quad n = \overline{1, N}; \quad (16)$$

$$\sum_{j,k} V_{jp} * X_{jk} \leq V_p, \quad p = \overline{1, P}; \quad (17)$$

$$\sum_k X_{jk} \geq B_j, \quad j = \overline{1, J}; \quad (18)$$

$$X_{jk} \geq 0, \quad j = \overline{J+1, J}, \quad (19)$$

де j – індекс виду продукції ($j = \overline{J+1, J}$); i – індекс виду ресурсу ($i = \overline{1, I}$); k – індекс варіанта технологій ($k = \overline{1, K}$); n – індекс варіанта організації виробництва ($n = \overline{1, N}$); P – індекс варіанта організації управління ($p = \overline{1, P}$); X_{ij} – обсяг випуску j -го виду про-

дукції при n -му варіанті технологій; P_{jk} – прибуток від реалізації одиниці j -го виду продукції, виробленого при k -й технології; a_{ijk} – норми витрат i -го виду ресурсу на одиницю j -го продукту при k -й технології; Z_{jk} , M_{jn} , V_{jp} – затрати всіх ресурсів на одиницю j -го продукту за кожним варіантом технологій, організації виробництва і організації управління; A_i – ліміт i -го виду ресурсів на планово-виробничий період; Z_k , M_n , V_p – ліміти затрат за кожним варіантом технологій, організації виробництва й організації управління відповідно.

Вираз (10) є критеріальною функцією, яка являє собою прибуток від усього обсягу випуску продукції і досягає максимуму за системи обмежень (11) – (17).

Оптимальне розв'язання за використання методів економіко-математичного моделювання передбачає врахування всіх умов, що визначають проблему підвищення ефективності формування виробничих витрат на підприємстві. Тобто повинно забезпечуватися найкраще використання матеріальних, трудових та фінансових ресурсів та обов'язково враховувати необхідність дотримання вимог безпечних умов праці, правил технічної експлуатації підприємства та режиму праці, необхідних для охорони повітря, ґрунту та водойм від забруднень промисловими відходами [7].

Використання математичних моделей визначає перелік таких переваг для підприємства:

1. Підвищується точність планування виробництва. З'являється можливість розраховувати оптимальні параметри режиму технологічних об'єктів за варіювання обсягів переробки та якості сировини.

2. Забезпечується оптимізація технологічних процесів. Математичні моделі дають змогу адекватно описувати всі типи перетворень речовини і енергії, що відбуваються на технологічному об'єкті. З їх допомогою можна виконати аналіз можливості та оцінку доцільності ліквідування вузьких місць існуючих систем виробництва.

3. Зменшуються часові та фінансові витрати на оптимізацію. Завдяки математичним моделям відпадає необхідність проведення дорогих і трудомістких випро-

бувань на діючих промислових об'єктах. Також з'являється можливість отримання техніко-економічних оцінок ефективності структурних перетворень [8].

4. Підвищується ефективність проектування нових і реконструкції діючих об'єктів. Математичні моделі дають змогу проводити структурно-параметричну оптимізацію об'єктів проектування (агрегатів, установок, заводів), отримувати достовірні дані про виконання проектних робіт для впровадження нових об'єктів, реконструкції або технічного переозброєння існуючих. При цьому підвищується точність розрахунків параметрів і технологічних норм, знижуються капітальні та експлуатаційні витрати підприємства.

За всіх наведених достоїнств застосування методики пов'язане з деякими труднощами:

– досить висока вартість програмного забезпечення та послуг із його розроблення і супроводу;

– необхідність навчання персоналу або забезпечення постійної підтримки на умовах аутсорсингу як для підтримки актуальності моделей, так і для їх модифікації в разі внесення будь-яких змін у систему (використання нового виду сировини, перехід на новий вид палива, заміна апаратури і т. п.);

– можлива потреба в проведенні активних експериментів на діючих виробничих

об'єктах для підтвердження адекватності моделей.

Як правило, недоліки нівелюються перед перевагами, які моделювання дає підприємству [4]. Економічний ефект від управління, оптимізації та планування виробництва із застосуванням даної методики багаторазово перевищує витрати на впровадження відповідного програмного забезпечення і послуги з розроблення і супроводу. При цьому кінцевий результат безпосередньо залежить від функціональності вибраної моделі та компетентності залучених фахівців.

Висновки. Задачі математичного програмування відносяться до оптимізаційних задач, де необхідно вибрати найкраще рішення згідно з визначеним критерієм якості та обмежувальних умов. Таким чином, досягається вирішення задачі як пошуку оптимальної програми дій. Використання математичних моделей на великих промислових підприємствах дає бізнесу низку плюсів, які визначено у статті.

Застосування економіко-математичних методів дає можливість одержати оптимальний план підвищення ефективності формування витрат виробництва шляхом найефективнішого використання трудових, матеріальних і фінансових ресурсів, а також виробничих потужностей підприємства.

Список використаних джерел:

1. Білий Л.А., Дутка Г.Я., Веренько Ю.Є. Моделювання економічних характеристик процесу виробництва. *Вісник Університету банківської справи Національного банку України*. 2010. № 2(8). С. 218–221.
2. Вовк В.М., Левицька Г.І. Оптимізація фінансової програми підприємств. *Вісник Львівського університету*. 2009. Вип. 29. С. 137–142.
3. Войц А. Анализ текущих затрат. *Аудит и налогообложение*. 2003. № 7. С. 36–38.
4. Деміденко М.А., Кабаченко Д.В. Economic models of optimal enterprise production output strategy. *Економічний вісник Національного гірничого університету*. 2020. № 1. С. 210–216.
5. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике : учебник ; 2-е изд. Москва : Дело и Сервис, 1999. 368 с.
6. Король Г.А., Яковенко А.О. Организация управления затратами на предприятиях различных масштабов деятельности. Академічний огляд. *Економіка та підприємництво*. 2006. № 1. С. 123–126.
7. Ларина И.А., Лосев А.Г. Об одной дискриптивно-оптимизационной модели планирования себестоимости продукции. *Вестник ВолГУ*. 2003–2004. Серия 9. № 3. Ч. 2. С. 29–36.
8. Лотоцький О.В., Ушкаленко І.М. Застосування економіко-математичного моделювання в управлінні капіталом підприємства. *Галицький економічний вісник*. 2016. № 2. С. 171–178.
9. Циганчук Р.О. Моделювання процесу виробництва. Економічні характеристики процесу виробництва та їх взаємозв'язок. *Вісник Університету банківської справи Національного банку України*. 2013. № 1(16). С. 302–306.

10. Чернецька О.В. Економіко-математичне моделювання як засіб оптимізації структури витрат в сільськогосподарських підприємствах. *Економічні науки. Серія «Облік і фінанси»*. 2010. Вип. 7(25). Ч. 3. С. 458–456.

11. Швець О.М. Економіко-математичне моделювання управління використанням виробничих ресурсів регіону. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка»*. 2003. № 494. С. 306–316.

References:

1. Bilyi L.A., Dutka H.Ya., Verenko Yu.Ye. (2010) Modeliuvannia Ekonomichnykh Kharakterystyk Protsesu Vyrobnnytstva [Modeling of economic characteristics of the production process]. *Bulletin of the UBS NBU*, no. 2, pp. 218–221.

2. Vovk V.M. (2009) Optymizatsiia Finansovoi Prohramy Pidpryiemstv [Optimization of the financial program of enterprises]. *Bulletin of Lviv University*, no. 29, pp. 137–142.

3. Voits A. (2003) Analiz tekushchih zatrat [Analysis of current costs]. *Audit and taxation*, no. 7, pp. 36–38.

4. Demidenko M.A., Kabachenko D.V. (2020) Ekonomicheskie modeli optimal'nogo vyrobnychoho vykhodu [Economic models of optimal enterprise production output strategy]. *Ekonomichnyi visnyk Natsionalnoho hirnychoho universytetu*, no. 1, pp. 210–216.

5. Zamkov O.O., Tolstopyatenko A.V., Cheremnykh Yu.N. (1999) Matematicheskie metody v jekonomike [Mathematical Methods in Economics]. Moscow: BUSINESS AND SERVICE. (in Russian)

6. Korol' G.A. (2006) Organizacija upravlenija zatratami na predpriyatijah razlichnyh masshtabov dejatel'nosti [Organization of cost management at enterprises of various scales of activity]. *Academic Review Economics and Entrepreneurship*, no. 1, pp. 123–126.

7. Larina I.A. (2003-2004) Ob odnoj diskriptivno-optimizacionnoj modeli planirovanija sebestoimosti produkcii [On one descriptive-optimization model for planning the cost of production]. *VolSU Bulletin*, no. 3, pp. 29–36.

8. Lototskyi O.V., Ushkalenko I.M. (2016) Zastosuvannia ekonomiko-matematychnoho modeliuvannia v upravlinni kapitalom pidpryiemstva. [Application of economic and mathematical modeling in capital management of the enterprise]. *Halytskyi ekonomichnyi visnyk*, no. 2, pp. 171–178.

9. Tsyhanchuk R.O. (2013) Modeliuvannia protsesu vyrobnychoho vykhodu. Ekonomichni kharakterystyky protsesu vyrobnychoho vykhodu ta yikh vzaiemozv'язok. [Modeling of the production process. Economic characteristics of the production process and their relationship]. *Visnyk universytetu bankivskoi spravy Natsionalnoho banku Ukrainy*, no. 1 (16), pp. 302–306.

10. Chernetska O.V. (2010) Ekonomiko-matematychno modeluvannia yak zasib optymizatsii struktury vytrat v silskohospodarskykh pidpryiemstvakh. [Economic and mathematical modeling as a means of optimizing the cost structure in agricultural enterprises]. *Ekonomichni nauky. Serii «Oblik i finansy»*. Vol. 7 (25), Ch. 3, pp. 458–456.

11. Shvets O.M. (2003) Ekonomiko-matematychno modeluvannia upravlinnia vykorystanniam vyrobnychoho resursiv rehionu. [Economic and mathematical modeling of management of use of production resources of the region]. *Visnyk Natsionalnoho universytetu «Lvivska politekhnika»*, no. 494, pp. 306–316.

Kabachenko Dmytro, Andreeva Svitlana

National Technical University «Dnipro Polytechnic»

INFLUENCE OF USAGE OF ECONOMIC-MATHEMATICAL MODELING ON PRODUCTION PROCESSES

The classification of economic and mathematical models is given in the article, their characteristics are analyzed. The essence of mathematical modeling and characteristic features of the modeled process are determined. The issue of using economic and mathematical modeling in business is considered. It is proved that the use of tools of economic and mathematical modeling helps to solve a number of practical problems, namely: streamlining the system of economic information, developing requirements for its preparation and adjustment to solve problems of planning and management; providing intensifica-

tion and increase of accuracy of economic calculations, allows to carry out various economic substantiations of difficult projects; conducting an in-depth quantitative analysis of economic problems with the study of factors influencing economic processes and assessing the consequences of changes in the conditions of development of economic objects. The general concept of production function and tasks of economic-statistical analysis and modeling of production processes are formulated. Approaches to the creation of different methods for determining production indicators are analyzed. Expressions of partial and complete elasticities of production are obtained, which allow determination through average values of production function. The production process of the enterprise is described, its economic and mathematical model is created. The paper proposes an economic-mathematical model of optimization of production resources, taking into account the limits of resource costs by technology options, types of production organization and features of management. It is determined that the economic effect of management, optimization and production planning using this technique is many times higher than the cost of implementing the appropriate software and services for development and maintenance. The end result directly depends on the functionality of the selected model and the competence of the specialists involved. The disadvantages and advantages of using economic and mathematical models to optimize the operation of the enterprise are also considered. It is proved that the application of economic and mathematical methods makes it possible to obtain an optimal plan to increase the efficiency of production costs through the most efficient use of labor, material and financial resources, as well as the production capacity of the enterprise.

Key words: *economic-mathematical model, production, analysis, optimization.*

JEL classification: C10, L60
