

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 519.866:658.264

DOI: <https://doi.org/10.37320/2415-3583/16.18>

Ющенко Н.Л.

кандидат економічних наук, доцент

Хмельницький національний університет

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5213-8341>

ВИЗНАЧЕННЯ КРИВОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ВИТРАТ ВІД ТРИВАЛОСТІ ПРОЄКТУ З МОДЕРНІЗАЦІЇ РОЗПОДІЛЬЧИХ ТРУБОПРОВІДІВ ЦЕНТРАЛІЗОВАНОГО ОПАЛЕННЯ І ГАРЯЧОГО ВОДОПОСТАЧАННЯ

Коли в Україні разом зі зростанням рівня бідності населення піднімаються тарифи підприємств, що виробляють, транспортують і постачають теплову енергію, надаючи послуги з опалення житлових будинків та гарячого водопостачання, а комунальна інфраструктура зношена та малоефективна, що призводить до низької якості обслуговування, значних утрат енергії та витрат на утримання, практично значущим є й потребує розроблення завдання моделювання на базі методів теорії планування і управління мережами, що вже підтвердили свою ефективність в інших видах економічної діяльності, системи централізованого теплопостачання. Статтю присвячено огляду методів математичного програмування та інших систематичних методів обчислень для випадків лінійного і нелінійного співвідношення між часом і витратами, що дають змогу визначити криву мінімальних витрат за будь-якого можливого значення тривалості проєкту з модернізації системи теплопостачання з метою підвищення її енергоефективності.

Ключові слова: витрати, енергоефективність, методи і моделі управління проєктами, оптимізація, сітьова модель, теплопостачання.

Постановка проблеми. Декарбонізація енергетики супроводжуватиметься її децентралізацію та розвитком розподіленої генерації, що спричинять стрімке збільшення кількості енергетичних об'єктів, зв'язків та ускладнення енергетичних систем. Серед підприємств, що виробляють, транспортують і постачають теплову енергію, надаючи послуги з опалення житлових будинків та гарячого водопостачання на ринку централізованого теплопостачання в Україні, насамперед, є комунальні. Комунальна інфраструктура зношена та малоефективна, що призводить до низької якості обслуговування, значних утрат енергії та витрат на утримання. 40% теплових пунктів і 15,8% загальної протяжності теплових мереж перебувають в аварійному стані. Значна кількість ТЕС/ТЕЦ відпрацювала понад 50 років і виводитиметься з експлуатації починаючи з 2021 р. за невиконання природоохоронних заходів згідно з Національним планом скорочення викидів.

Із метою захисту економічних інтересів споживачів раціонально зберегти систему теплопостачання в Україні шляхом забезпечення конкурентних тарифів порівняно з індивідуальними та автономними системами опалення. Але розподільчі трубопроводи централізованого опалення та гарячого водопостачання потребують повної модернізації із заміною старих труб на нові, попередньо ізольовані із системою сигналізації на випадок пошкодження. Сьогодні, за даними Держагентства енергоефективності, з 18,6 млрд кубометрів газу, які використовують на потреби населення, ефективно витрачають тільки 7,2 млрд, причому 2,4 млрд кубометрів втрачається в системі теплопос-

тачання. Адаптація економіко-математичних моделей, методів теорії планування й управління мережами до практики ефективного планування та управління модернізацією, реконструкцією і заміною технологічного обладнання теплових пунктів і теплових мереж підприємств теплоенергетики з метою зниження витрат під час виробництва, передачі та розподілення теплової енергії на виконання Енергетичної стратегії України на період до 2035 р., а також застосування відповідного програмного забезпечення (Project Standard, Open Plan, Primavera Project Planner, SureTrak Project Manager та ін.), допоможе генерувати інваріанти управлінських рішень, що стосуються істотних за обсягами, вартістю і часом робіт.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Суттєві аспекти застосування методу планування та управління мережами в різних видах економічної діяльності розглянуто такими дослідниками, як І. Іваницький, З. Кадюк, Я. Сибаль [1], П. Лазановський [2] та ін. Проте є практично значущим і потребує розроблення завдання моделювання на базі теорії графів та аналізу мереж системи централізованого теплопостачання в Україні з метою зниження рівня витрат енергоресурсів у мережах та забезпечення керованості, надійності, безпечності та економічності теплопостачання.

Мета статті полягає у систематизації й аналізі методів математичного програмування та інших систематичних методів обчислень для випадків лінійних і нелінійних співвідношень між часом і витратами, що дають змогу визначити криву мінімальних витрат за будь-якого можливого значення тривалості проєкту

з модернізації системи централізованого теплопостачання з метою підвищення її енергоефективності, створення нових робочих місць на місцевому рівні в умовах реформи децентралізації, поліпшення економіки та залучення і розвитку відновлюваних джерел енергії.

Виклад основного матеріалу. Однією з основних переваг представлення проекту у вигляді сітьової моделі є можливість отримувати інформацію щодо потреб у кожному проміжку часу в обладнанні, трудових, матеріальних і фінансових ресурсах, необхідних для виконання проекту. Така інформація є побічним результатом обчислень, виконуваних звичайним Critical Path Method (CPM), єдина вимога полягає у тому, що запити стосовно ресурсів для виконання кожної роботи проекту, представленої у сітьовій моделі, повинні визначатися окремо.

Тривалість робіт може оцінюватися менеджментом проекту як функція суми грошових коштів, витрачених на кожну з них. За такого припущення можна побудувати математичну модель, призначену для мінімізації загальної вартості проекту. Модель дає змогу знайти оптимальні значення термінів настання подій і тривалості робіт за заданих тривалості проекту, відношеннях передування, верхніх і нижніх меж тривалості кожної роботи.

Для формулювання задачі лінійного програмування і доведення процедури розв'язування приймаються такі позначення:

- y_{ij} – тривалість роботи (i, j);
- t_i – момент настання i-ої події;
- c_{ij} – вартість роботи (i, j) як функція тривалості роботи, т. б. $c_{ij} = f(y_{ij})$;
- L_{ij} – нижня межа тривалості роботи (i, j);
- U_{ij} – верхня межа тривалості роботи (i, j);
- T – задана тривалість проекту.

У випадку, який розглядається, припускається існування лінійної залежності тривалості від витрат, т. б. $c_{ij} = f(y_{ij}) = b_{ij} - a_{ij}y_{ij}$, де $L_{ij} \leq y_{ij} \leq U_{ij}$. Це лінійне співвідношення показано на рис. 1. Нижня межа зазвичай відповідає більш швидкому виконанню роботи, а верхньою межею приймається «нормальна» тривалість. За заданої тривалості проекту і лінійному співвідношенні між витратами і тривалістю для проекту з представленням мережі у вигляді $G = (N, A)$ необхідно знати, які роботи множини A необхідно прискорити, а для яких зберегти нормальну тривалість.



Рисунок 1 – Лінійна залежність між витратами і тривалістю

Як показано нижче, задачу, що розглядається, можна сформулювати як задачу лінійного програмування

[3]. Припускається, що множина вузлів N може бути визначена як $N = \{1, 2, \dots, n\}$, де вузол 1 означає початок проекту, а вузол n – закінчення проекту.

Мінімізувати $\sum_{(i,j) \in A} (b_{ij} - a_{ij}y_{ij})$, за умови, що

$$\begin{aligned} t_i - t_j + y_{ij} &\leq 0 \text{ для всіх } (i, j) \text{ в } A, \\ -t_1 + t_n &= T \\ y_{ij} &\leq U_{ij} \text{ для всіх } (i, j) \text{ в } A, \\ y_{ij} &\geq L_{ij} \text{ для всіх } (i, j) \text{ в } A. \end{aligned} \quad (1)$$

Дана модель еквівалентна задачі лінійного програмування, що розглядається нижче, з максимізацією цільової функції.

Обмеження стосовно невід'ємності t_i і y_{ij} не задані в моделі явно, а це означає, що всі обмеження відповідної двоїстої задачі лінійного програмування повинні мати вигляд рівнянь.

Максимізувати $\sum_{(i,j) \in A} a_{ij}y_{ij}$, за умови, що

$$\begin{aligned} t_i - t_j + y_{ij} &\leq 0 \text{ для всіх } (i, j) \text{ в } A, \\ -t_1 + t_n &= T \\ y_{ij} &\leq U_{ij} \text{ для всіх } (i, j) \text{ в } A, \\ -y_{ij} &\leq -L_{ij} \text{ для всіх } (i, j) \text{ в } A. \end{aligned} \quad (2)$$

Нехай f_{ij} , ϑ , γ_{ij} і δ_{ij} – двоїсті змінні, що відповідають попереднім лінійним обмеженням. Двоїсті змінні перераховуються в тому ж порядку, в якому вводилися обмеження в дану модель. Двоїсту задачу можна сформулювати так:

Мінімізувати $\left\{ T\vartheta + \sum_{i,j} U_{ij}^3 \gamma_{ij} + \sum_{i,j} L_{ij}' \delta_{ij} \right\}$, за умови, що

$$\begin{aligned} f_{ij} + \gamma_{ij} - \delta_{ij} &= a_{ij} \text{ для всіх } (i, j) \text{ в } A, \\ \sum_j f_{ij} - \vartheta &= 0, \\ \sum_j (f_{ij} - f_{ji}) &= 0 \text{ для всіх } i = 2, \dots, n-1, \\ -\sum_j f_{jn} + \vartheta &= 0, \\ f_{ij} \geq 0, \gamma_{ij} \geq 0, \delta_{ij} \geq 0 &\text{ для всіх } (i, j) \text{ в } A. \end{aligned} \quad (3)$$

На підставі математичної структури двоїстої задачі двоїсті змінні f_{ij} можуть розглядати як потоки в мережі з обмеженою пропускнуою здатністю. Друга, третя і четверта групи обмежень відповідають обмеженням потоку для джерела, проміжних і кінцевого вузлів відповідно. Зокрема, третя група обмежень відповідає відомим обмеженням на збереження потоку.

Використовуючи умови доповнюючої нежорсткості для задач лінійного програмування, можна вивести такі результати, які повинні виконуватися для оптимального рішення:

$$\begin{aligned} t_i - t_j + y_{ij} &< 0, f_{ij} = 0, \\ y_{ij} &< U_{ij}, \gamma_{ij} = 0, \\ y_{ij} &> L_{ij}, \delta_{ij} = 0, \\ f_{ij} &> 0, t_i - t_j + y_{ij} = 0, \\ \gamma_{ij} &> 0, y_{ij} = U_{ij}, \\ \delta_{ij} &> 0, y_{ij} = L_{ij}. \end{aligned} \quad (4)$$

Останні дві умови означають, що γ_{ij} і δ_{ij} не можуть бути одночасно додатними за припущення, що $L_{ij} \neq U_{ij}$.

Оскільки $f_{ij} + \gamma_{ij} - \delta_{ij} = a_{ij}$, невід'ємні значення γ_{ij} і δ_{ij} визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} \gamma_{ij} &= 0, \delta_{ij} = f_{ij} - a_{ij} \text{ при } \delta_{ij} = 0, \\ \delta_{ij} &= f_{ij} - a_{ij}, \gamma_{ij} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Тому можна записати

$$\begin{aligned} \gamma_{ij} &= \max[0; 0; a_{ij} - f_{ij}] \text{ при } \delta_{ij} = 0, \\ \delta_{ij} &= \max[0; f_{ij} - a_{ij}] \text{ при } \gamma_{ij} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Графічне представлення γ_{ij} і δ_{ij} як лінійних функцій від f_{ij} показано на рис. 2.

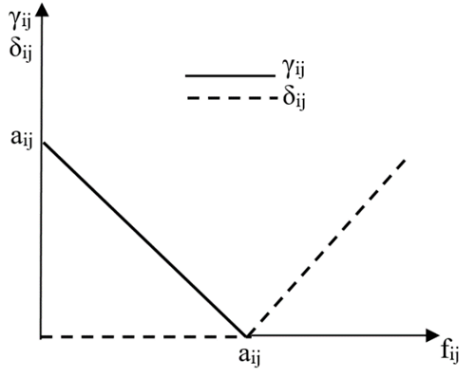


Рисунок 2 – Залежність γ_{ij} і δ_{ij} від f_{ij}

Під час дослідження всіх можливих значень γ_{ij} , δ_{ij} і f_{ij} виокремлюються три випадки:

- 1) $\gamma_{ij} > 0$ і $\delta_{ij} = 0$; $0 \leq f_{ij} < a_{ij}$ і $y_{ij} = U_{ij}$,
- 2) $\gamma_{ij} = 0$ і $\delta_{ij} = 0$; $f_{ij} < a_{ij}$ і $L_{ij} \leq y_{ij} \leq U_{ij}$,
- 3) $\gamma_{ij} = 0$ і $\delta_{ij} > 0$; $0 \leq f_{ij} > a_{ij}$ і $y_{ij} = L_{ij}$.

На основі умов доповнюючої нежорсткості [4, с. 231–232] для кожного випадку знаходяться такі умови оптимальності.

Випадок 1 (рис. 3а)

$$0 < f_{ij} < a_{ij} \text{ і } t_i - t_j + U_{ij} = 0 \quad (7)$$

або

$$f_{ij} = 0 \text{ і } t_i - t_j + U_{ij} < 0.$$

Випадок 2 (рис. 3б)

$$f_{ij} = 0 \text{ і } t_i - t_j + C_{ij} = 0, \quad L_{ij} \leq y_{ij} \leq U_{ij}. \quad (8)$$

Випадок 3 (рис. 3в)

$$a_{ij} < f_{ij} < \infty \text{ і } t_i - t_j + L_{ij} = 0. \quad (9)$$

За введення таких додаткових символів

$$\begin{aligned} \bar{U}_{ij} &= t_i - t_j + U_{ij}, \\ \bar{L}_{ij} &= t_i - t_j + L_{ij}, \\ \bar{y}_{ij} &= t_i - t_j + y_{ij}, \end{aligned} \quad (10)$$

умови оптимальності для кожного випадку можна записати в більш компактному вигляді:

Випадок 1: $0 < f_{ij} < a_{ij}$ і $\bar{U}_{ij} = 0$ або $b_{ij} = 0$ і $\bar{U}_{ij} < 0$.

Випадок 2: $f_{ij} = a_{ij}$ і $\bar{y}_{ij} = 0$.

Випадок 3: $a_{ij} < f_{ij} < \infty$ і $\bar{L}_{ij} = 0$.

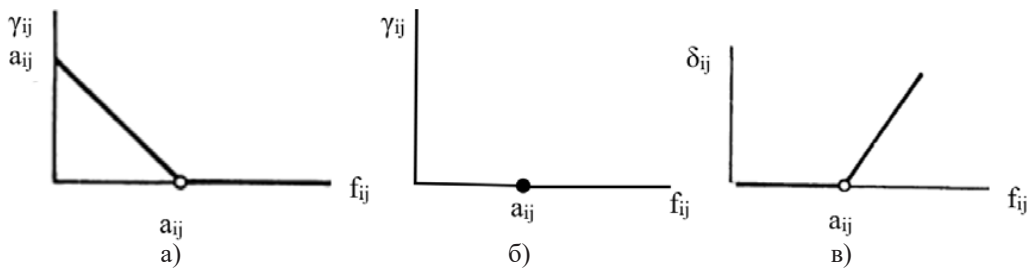


Рисунок 3 – Умови оптимальності: а) випадок 1; б) випадок 2; в) випадок 3

Ці умови відіграють важливу роль у виведенні поточкового алгоритму в мережах – процедури, розробленої Фалкерсоном [5], яку можна розглядати як двоїстий метод, оскільки її доведення базується на структурі двоїстої задачі та умовах доповнюючої нежорсткості задач лінійного програмування.

Даний алгоритм може використовуватися для побудови кривої залежності між витратами і тривалістю проекту, адже криву мінімальних прямих витрат у реальних ситуаціях, коли мають місце десятки або навіть сотні робіт, нелегко визначити методом спроб і помилок. Алгоритм починається з максимальної тривалості проекту, і на кожному кроці оцінюються додаткові витрати, за допомогою яких досягається певне скорочення тривалості проекту. Приклад такої кривої наведено на рис. 4.

Найбільш типовою інтерпретацією дуги в мережі з потоками є представлення її у вигляді каналу або труби, по якій транспортується певний вид товару. Дещо більш складною, але зручною інтерпретацією дуги в рамках алгоритму, який розглядається, є представлення її у вигляді трубопроводу з двома відсіками, як показано на рис. 5.

Верхній відсік трубопроводу, зображеного на рис. 5, має обмежену пропускну здатність, а нижній відсік – необмежену пропускну здатність. За такої інтерпретації припускається, що потік проходить через нижній відсік тільки в тому разі, коли перевищується пропускну здатність верхнього відсіку. У протилежному разі нижній відсік не використовується.

За допомогою графічного представлення функцій (рис. 2) можна переконатися, що випадок 1 спостерігається, коли у верхньому відсіку ще відсутнє насичення; випадок 2 з'являється, коли верхній відсік повністю заповнений; випадок 3 має місце, коли потік надходить у нижній відсік, пропускну здатність якого, як уже зазначалося вище, вважається нескінченною. Таким чином, абсолютне значення тангенса кута нахилу лінії залежності між витратами і тривалістю даної роботи можна інтерпретувати як пропускну здатність верхнього відсіку дуги, що зображує цю роботу на сітьовому графіку.

Потоковий алгоритм, що використовує метод критичного шляху, у мережі із залежністю між часом і витратами складається з трьох основних кроків [4, с. 322–331]. Першим кроком є перевірка можливості скорочення заданої тривалості проекту. На другому кроці здійснюється процедура розстановки поміток для модифікації потоків у мережі, що відповідають двоїстій задачі. На третьому кроці виконується скоро-



Рисунок 4 – Крива залежності тривалості проекту від витрат

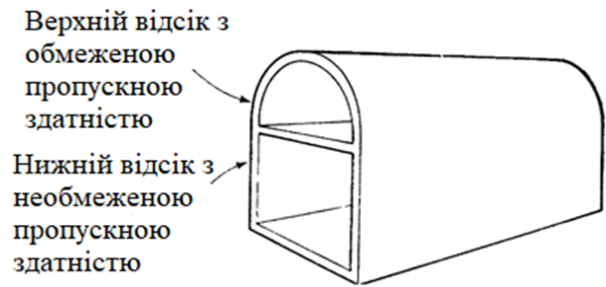


Рисунок 5 – Інтерпретація дуги як трубопроводу з двома відсіками

Джерело: [4, с. 327]

чення тривалості проекту, якщо на другому кроці алгоритму досягається непрорив.

Висновки. Існуючі розроблені методи математичного програмування та інші різноманітні систематичні методи обчислень дають змогу оперативно визначати криву мінімальних витрат за будь-якого можливого значення тривалості проекту. Деякі із цих стандартних методів призначені для використання в тому разі, коли компромісні співвідношення між часом і витратами є нелінійними. Багато з них дають змогу отримати криву мінімальних загальних витрат, що дорівнюють сумі прямих і непрямих витрат.

Пропонований до запровадження і розвитку в Україні на основі вивчення підходів у країнах Європи помірно лібералізований ринок теплової енергії, що передбачає помірний захист основних виробників – комунальних підприємств теплопостачання і створює ринкові умови для незалежних виробників, дає помірне зниження середньозваженого тарифу на теплову енергію для кінцевого споживача на початковому етапі розвитку ринку, забезпечує справедливую конкуренцію між оператором і незалежними виробниками та стимулює оператора до підвищення ефективності власного виробництва.

Список використаних джерел:

1. Сибаль Я., Іваницький І., Кадюк З. Сіткові методи планування та управління в оптимізації виробництва продукції. *Вісник Львівського національного аграрного університету. Серія «Економіка АПК»*. 2014. № 21(1). С. 322–326.
2. Лазановський П.П. Використання методу мережевого планування в операційному управлінні виробництвом книжково-журнальної продукції. *Наукові записки. Економічні науки*. 2016. № 2(53). С. 205–212.
3. Ющенко Н.Л. Економіко-математичні моделі в управлінні та економіці : навчальний посібник. Чернігів : Черніг. нац. технол. ун-т, 2016. 278 с.
4. Филлипс Д., Гарсия-Диас А. Методы анализа сетей / пер. с англ. Е.Г. Коваленко, М.Г. Фуругяна ; под ред. Б.Г. Сушкова. Москва : Мир, 1984. 496 с.
5. Fulkerson D.R. (January 1961) A Network Flow Computation for Project Cost Curves. *Management Science*.

References:

1. Sybal'Ya., Ivanytskyi I., Kadyuk Z. (2014) Sitkovi metody planuvannya ta upravlinnya v optymizatsiyi vyrobnytstva produktsiyi [Network methods of planning and management in production optimization]. *Bulletin of Lviv National Agrarian University. Series "Economy of agroindustrial complex"*, no. 21 (1), pp. 322–326.
2. Lazanovsky P.P. (2016) Vykorystannya metodu merezhevoho planuvannya v operatsynomu upravlinni vyrobnytstvom knyzhkovo-zhurnal'noyi produktsiyi [The use of network planning in the operational management of the production of book-magazine products]. *Scientific notes. Economic Sciences*, no. 2 (53), pp. 205–212.
3. Yushchenko N.L. (2016) *Ekonomiko-matematychni modeli v upravlinni ta ekonomici* [Economic and mathematical models in management and economics]. Chernihiv. nat. technologist University. (in Ukrainian)
4. Fyllyps D., Harsya-Dyas A. (1984) *Metody analiza setey* [Network Analysis Methods]. Moscow: Peace. (in Russian)
5. Fulkerson D.R. (1961) A Network Flow Computation for Project Cost Curves. *Management Science*.

Yushchenko Nadiia
Khmelnitskyi National University

DETERMINATION OF THE COST CURVE ON THE DURATION OF THE PROJECT OF THE MODERNIZATION OF DISTRIBUTION PIPELINES OF CENTRALIZED HEATING AND HOT WATER SUPPLY

In conditions when in Ukraine, simultaneously with the growth of the poverty level of the population, the tariffs of enterprises generating, transporting and supplying heat energy, providing heating services for residential buildings and hot water supply in the market of centralized heat supply (first of all, utilities), and at the same time the communal infrastructure is worn out and is ineffective, which leads to a low quality of service, significant energy losses and maintenance costs, is practically significant and requires the development of a modeling task based on graph

theory and analysis of networks, which have confirmed their effectiveness in other types of economic activity, a district heating system in Ukraine with the aim of reducing the level of energy losses in networks and ensuring controllability, reliability, safety and efficiency of heat supply. The article is devoted to a review, systematization and analysis of mathematical programming methods and other systematic calculation methods for cases of linear and nonlinear relationship between time and costs, allowing to determine the curve of minimum costs for any possible value of the duration of the project to modernize the district heating system in order to increase its energy efficiency, create new jobs at the municipal level in the context of decentralization reform, economic improvement, and the attraction and development of renewable energy sources. Adaptation of economic and mathematical models, methods of planning and network management theory to the practice of effective planning and management of modernization, reconstruction and replacement of technological equipment of heat points and heating networks of heat power enterprises in order to reduce costs in the production, transmission and distribution of heat energy for the implementation of the Energy Strategy of Ukraine for period up to 2035, as well as the use of appropriate software, such as Project Standard, Open Plan, Primavera Project Planner, SureTrak Project Manager and others, will help generate invariants of management decisions concerning works that are significant in terms of volume, cost and time.

Key words: *costs, energy efficiency, project management methods and models, optimization, project duration, network model, heat supply.*

JEL classification: C02, C61
